

ІНТЕГРОВАНИЙ ПІДХІД ДО ВІДБОРУ ЗМІСТУ ШКІЛЬНИХ ПІДРУЧНИКІВ З МАТЕМАТИКИ

Михайло Бурда,

доктор педагогічних наук, професор,
дійсний член НАПН України,
завідувач відділу математичної та інформатичної освіти
Інституту педагогіки НАПН України,
м. Київ, Україна,
e-mail: mibur5@ukr.net,
ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0330-9866>

Обґрунтовано, що інтегрований підхід до навчання математики дасть змогу успішніше засвоїти навчальний матеріал, посилити прикладну його спрямованість, а отже, й ефективно формувати математичну та інші ключові компетентності. Рекомендовано методичні прийоми реалізації інтегрованого підходу до відбору змісту шкільних підручників з математики, зокрема: врахування особливостей навчальної діяльності сучасних учнів, укрупнення навчального матеріалу, групування задач із орієнтацією на застосування їх на практиці, виокремлення практичних ситуацій, для розв'язання яких використовуються певні математичні моделі, посилення міжпредметних і внутрішньопредметних зв'язків та ін.

Ключові слова: математика; підручник; інтегрований підхід; вимоги.

Постановка проблеми. Шкільна математична освіта розглядається як інтегрований результат навчання, що забезпечує здатність учня успішно діяти в навчальних і життєвих ситуаціях, провадити майбутню професійну діяльність. Принциповою тут є ідея про єдність, цілісність знань, умінь, цінностей і ставлень, що можуть реалізовуватися на практиці. Тому успішне формування компетентностей потребує реалізації інтегрованого підходу до відбору змісту математики, який сприятиме ефективній математичній підготовці учнів, достатній для успішного вивчення інших шкільних предметів, використання математики в життєвих ситуаціях, різних галузях діяльності. Актуальність цього підходу полягає і в тому, що нині у школах навчаються учні, стиль мислення, навчальна математична діяльність яких мають особливості. Сучасні учні орієнтуються на практичне використання знань з математики, у них немає бажан-

ня опанувати навчальний матеріал без усвідомлення його необхідності для розв'язання навчальних і життєвих ситуацій, опрацювати тексти підручників, якщо вони громіздкі, недостатньо взаємопов'язані. Тому навчальний матеріал має бути укрупненим, структурованим, орієнтованим на його застосування, містити реальні ситуації, явища, для опису яких використовується математика, а суто математичні задачі — підкріплюватися відповідними задачами практичного змісту. Якщо враховувати нову мету шкільної математичної освіти, особливості навчальної діяльності сучасних учнів, то інтегрований підхід до відбору навчального матеріалу — важлива вимога до шкільних підручників.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Методологічні й теоретичні засади інтеграції знань і вмінь учнів, закономірності інтеграції освітніх галузей відображені у працях О. Савченко [1], В. Ільченко, К. Гуз, І. Олійника [2]. Проблему інтеграції технологій, наук та математики вивчали Дж. Росс (J. Ross), Дж. ЛаПорте (J. LaPorte), М. Сандерс (M. Sanders). У дослідженні О. Глобіна [3] визначено особливості методики формування міжпредметних умінь та розв'язування завдань міжпредметного змісту в навчанні математики. Встановлено, що професійно спрямоване навчання математики ефективно, якщо забезпечено єдність змістового і процесуального його аспектів (І. Лов'янова [4]). У роботах З. Слєпкань [5], В. Бевз [6] наголошено, що успішна реалізація міжпредметних зв'язків має вирішальне значення під час розв'язання проблеми інтеграції змісту. Заслужують на увагу методичні підходи до створення інтегрованого курсу математики рівня стандарту в старшій школі запропоновані М. Бурдюю, О. Дубинчук, Ю. Мальованим [7]. Обґрунтовано доцільність застосування інтегрованого підходу в проєктному навчанні алгебри учнів основної школи у процесі виконання міжпредметних проєктів (С. Мовчан [8]). На базі розробленої концептуальної моделі запропоновано методику реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії (А. Прус [9]). У навчальному посібнику Л. Соколенко, Л. Філон, В. Швеця [10] подано апробовану систему прикладних задач природничого змісту та методику навчання розв'язувати ці задачі. Д. Васильєва, Н. Василюк [11] встановили, що наскрізні лінії ключових компетентностей формуються ефективніше, якщо використовувати дібрані задачі з реальними даними. Здобуті результати досліджень спрямовані на важливі аспекти використання інтегрованого підходу в навчанні математики. Проте потрібні дослідження, що стосуються реалізації цього підходу в шкільних підручниках із математики.

Мета статті — розкрити методичні прийоми реалізації інтегрованого підходу до відбору змісту шкільних підручників з математики, дотримання яких сприятиме цілісності знань, а отже, ефективному формуванню ключових компетентностей.

Виклад основного матеріалу. Інтегрований підхід розглядається на двох рівнях: внутрішньопредметному (алгебра, алгебра і початки аналізу, планіметрія, стереометрія) та міжпредметному (математика та інші навчальні предмети, математика і різні галузі діяльності).

Інтегрований підхід на внутрішньопредметному рівні реалізовується на-самперед шляхом укрупнення навчального матеріалу. Підручники містять велику кількість понять, теорем, наслідків з них, дедуктивних доведень, формул, а також значну інформацію, пов'язану з методичним апаратом підручника (проблемні запитання, додаткові відомості, приклади застосування математичних фактів на практиці, звернення до досвіду учня, правила, вказівки тощо). Програми розвантажувались: вилучався матеріал, який не використовувався під час розв'язування задач і не мав прикладного значення, звужувались межі застосування окремих фактів, зменшувався обсяг громіздких обчислень і перетворень, спрощувались вимоги до підготовки учнів. Проте проблему повністю не вирішено, окремий навчальний матеріал залишається переобтяженим. Зміст підручників потребує перекомпонування, структурних змін, спрямованих на укрупнення навчального матеріалу, що сприятиме цілісності знань та покращуватиме їх застосування. При цьому варто враховувати методику укрупнення дидактичних одиниць, розроблену П. М. Ердінієвим [12], зокрема не віддаляти в навчальному часі вивчення аналогічних, схожих, взаємопов'язаних понять, взаємно обернених тверджень, теорем, функцій, операцій тощо.

Взаємно обернені теореми, функції, операції (піднесення до степеня — добування кореня, показникова функція — логарифмічна функція, пряма теорема (властивість) — обернена теорема (ознака) тощо) стосуються одних і тих самих об'єктів, але об'єкт, який в одній операції був відомий (даний), в оберненій стає шуканим, і навпаки. Взаємно оберненими операціями є диференціювання (дано: $F(x)$ ® знайти: $f(x) = F'(x)$) та інтегрування (дано: $f(x) = F(x)$ ® знайти: $F(x)$). Тому їх доцільно не вивчати в різних розділах та класах, а об'єднати в один розділ «Похідна та інтеграл» у такій послідовності: знаходження швидкості зміни функції; похідна функції в точці, похідна як функція; правила знаходження похідних; інтегрування (як операція, обернена до диференціювання; невизначений та визначений інтеграл); застосування похідної та визначеного інтеграла (дослідження функцій; розв'язування задач практичного змісту, де функцію, як правило, необхідно утворити за умовою задачі). Логарифмічна функція обернена до показникової, тому увага звертається на зміст поняття «взаємно обернені функції» та властивості цих функцій (область визначення й область значень, розміщення графіків відносно прямої $y = x$). За графіками, а також з урахуванням зв'язків між взаємно оберненими функціями, встановлюються властивості логарифмічної функції. Важливе значення має

розв'язування взаємно обернених задач, що передбачають, зокрема, вміння обчислювати елемент формули за даними іншими її елементами. Взаємопов'язаними є поняття: паралельність — перпендикулярність, призма — циліндр, піраміда — конус, лінійні рівняння — лінійні нерівності тощо. Так, паралельність і перпендикулярність прямих і площин у просторі перебувають у певній залежності (з паралельності одних елементів можна зробити висновок про перпендикулярності інших, і навпаки). Оскільки взаємозв'язок між паралельністю й перпендикулярністю має велике практичне значення, навчальний матеріал можна не розподіляти на два розділи, а вивчати в такій послідовності: прямі у просторі (прямі, що перетинаються; паралельні прямі; мимобіжні прямі); пряма і площина у просторі (паралельність прямої і площини; перпендикулярність прямої і площини; перпендикуляр і похила; теорема про три перпендикуляри; кут прямої з площиною); площини в просторі (паралельні площини; площини, що перетинаються; двогранний кут; перпендикулярні площини; залежність між паралельністю і перпендикулярністю прямих та площин; практичне значення паралельності й перпендикулярності прямих та площин). Поняття призми і циліндра, піраміди і конуса також можна подавати паралельно, виокремлюючи деякі спільні властивості, що впливають із побудови цих тіл. Важливою особливістю підручника є систематизація і класифікація понять, властивостей, способів розв'язування задач (інфографіка, таблиці, схеми, задачі-таблиці, графіки, діаграми, гістограми, схеми).

Корисне групування задач за спільними способами розв'язання з орієнтацією на застосування їх на практиці. Наприклад, розв'язування задач практичного змісту потребує вмінь відшукувати відомості безпосередньо не дані в умові (статистичні, довідникові дані). Вироблення таких умінь передбачає розв'язування суто математичних задач, де потрібно використати допоміжні елементи — параметри (довжина відрізка, величина кута, площа, об'єм) або геометричні фігури (трикутник, рівні та подібні трикутники, коло) [13].

Поняття, твердження, формули доцільно подавати, орієнтуючись на змістово-методичні лінії розміщення навчального матеріалу, а під час їх вивчення максимально використовувати аналогію, порівняння, узагальнення. Наприклад, «Перетворення фігур», «Координати і вектори» (на площині та в просторі), геометричні фігури (плоскі і просторові), площа плоского тіла і об'єм просторового тіла (старша школа). Доцільно також способи діяльності вирізняти з урахуванням змістово-методичних ліній і передбачати систематичне їх уточнення і узагальнення. Наприклад, у темі «Ознаки рівності трикутників» виокремлюємо відомий спосіб діяльності у вигляді вказівок. Його уточнюємо і застосовуємо під час побудови геометричних фігур та узагальнюємо при доведенні властивостей і ознак чотирикутників. Нарешті, під час вивчення теми «Ознаки подібності трикутників» цей спосіб діяльності знову узагальнюємо й використовуємо при розв'язанні

задач на подібні трикутники. Якщо такого підходу дотримуватися щодо кожної змістово-методичної лінії курсу математики, то це полегшить самонавчання учнів за підручником і сприятиме виробленню загальних підходів до дослідження математичних залежностей.

Зміст математики потребує посилення зв'язків між алгеброю і геометрією. Ідеться про взаємопроникнення геометричних методів і образів у алгебру, і навпаки; про геометричну інтерпретацію алгебраїчних залежностей та аналітичне тлумачення геометричних фактів, що сприяє цілісності знань та виробленню вмінь застосовувати їх до розв'язування задач практичного змісту. Інтеграційними чинниками є математичні методи, зокрема координат, векторів, алгебраїчний метод, оскільки застосування цих методів передбачає аналогічні кроки. Більшу увагу доцільно приділяти методу координат. Його застосування дає змогу розглядати фігури і числа як взаємопов'язані моделі знань і встановлювати попарну відповідність між базисними поняттями геометрії (точка, вектор, лінія, перетин ліній, поверхня тощо) і алгебри (число, набір чисел (координат), рівняння, система рівнянь тощо). У діючих шкільних підручниках розглядаються не лише фігури, а й певні їх рівняння (прямої, площини, кола, сфери). Таке проникнення методів аналітичної геометрії в елементарну — правомірне. Проте використання чисел (координат) епізодичне, і тому не сприяє інтеграції алгебраїчного та геометричного матеріалу повною мірою. Вважаємо, що числова характеристика фігур має використовуватися з перших кроків вивчення геометрії.

Обґрунтовано необхідність включення в курс планіметрії елементів стереометрії, оскільки має важливе значення для розвитку просторової уяви і мислення учнів. Раніше курс планіметрії завершувався розділом «Початкові відомості зі стереометрії». У чинній програмі його вилучено. Тоді як розв'язання окремих завдань PISA-2018 передбачало вміння використовувати деякі властивості просторових фігур на практиці. Тому потребує включення на ناочно інтуїтивній основі до курсу планіметрії елементів стереометрії. Дослідження цієї проблеми показали доцільність паралельного вивчення в курсі планіметрії певних понять стереометрії [13].

Важливою методичною проблемою є створення інтегрованого підручника з математики рівня стандарту (без поділу змісту на алгебру з початками аналізу і геометрію). Ідеться не про механічне, а про якісне об'єднання алгебраїчного і геометричного матеріалу. Інтеграція змісту може досягатися через введення узагальнюючих понять сучасної математики, які дадуть змогу з єдиних наукових позицій трактувати основні алгебраїчні й геометричні поняття.

Методика інтегрованого підходу на міжпредметному рівні: математика та інші навчальні предмети (фізика, хімія, біологія, географія, мистецтво тощо), математика і галузі діяльності (техніка, технології, виробництво, економіка, медицина, екологія тощо) — має передбачати виокремлення тих типових

практичних ситуацій, для розв'язання яких найчастіше використовуються ці математичні моделі. Так, вивчаючи показникову функцію, учні ознайомлюються з окремими реальними процесами, які описуються за її допомогою: радіоактивний розпад; розмноження бактерій; зміна температури, атмосферного тиску; зростання кількості деревини під час росту дерева; зростання народонаселення; діагностика захворювань. Тригонометричні функції пов'язуються з коливаннями механічними, акустичними, електромагнітними, коливаннями у біологічних процесах. Визначений інтеграл застосовуємо до розв'язування не лише геометричних задач (площі криволінійних трапецій, об'єми круглих тіл), а й прикладних задач. З цією метою спочатку виділяються величини практичних ситуацій та формули для їх обчислення, а потім розв'язуються відповідні нескладні задачі практичного змісту, де ці величини використовуються. Наприклад, математика і фізика.

Величини:

S — шлях, який проходить точка за проміжок часу $[T_1; T_2]$, $V(t)$ — швидкість руху точки, $t \in [T_1; T_2]$.

m — маса тонкого неоднорідного стрижня на відрізку $[a; b]$, $\rho(x)$ — лінійна густина, $x \in [a; b]$.

A — робота на проміжку шляху $[a; b]$, $F(x)$ — змінна сила, $x \in [a; b]$.

Формули для обчислення: $S = \int_{T_1}^{T_2} V(t) dt$, $m = \int_a^b \rho(x) dx$, $A = \int_a^b F(x) dx$.

Задача. Тіло рухається прямолінійно зі швидкістю $V(t) = 3 + 3t^2$ (м/с),

t — час (с). Знайдіть шлях, який пройшло тіло за перші 5 с.

Розв'язання. За формулою $S = \int_0^5 (3 + 3t^2) dt = (3t + t^3) \Big|_0^5 = 140$ (м).

Відповідна задача практичного змісту: Ліфт рухається зі швидкістю $V(t) = 4t + 3$ (м/с). На яку висоту h він підніметься через 3 с після включення?

Висновки та перспективи подальших досліджень. Інтегрований підхід до відбору змісту шкільних підручників з математики сприяє формуванню в учнів математичної та інших ключових компетентностей. Реалізація цього підходу передбачає: врахування особливостей навчальної діяльності сучасних учнів, укрупнення навчального матеріалу, групування задач з орієнтацією на застосування їх на практиці, виокремлення практичних ситуацій для розв'язання яких використовуються певні математичні моделі, вивчення математичних понять, тверджень, формул, способів діяльності з орієнтацією на змістово-методичні лінії розміщення навчального матеріалу, посилення внутрішньопредметних і міжпредметних зв'язків.

Важлива проблема подальших досліджень стосується створення інтегрованого підручника з математики рівня стандарту. Інтеграція змісту можлива через введення узагальнюючих понять сучасної математики, які дадуть змогу з єдиних наукових позицій трактувати основні алгебраїчні й геометричні поняття.

Використані джерела

- [1] О. Я. Савченко, *Дидактика початкової освіти*. Київ, Україна: Грамота, 2012.
- [2] В. Ильченко, К. Гуз, та І Олійник, «Інтеграція змісту освіти як виклик часу», *Витоки педагогічної майстерності*, ПНПУ імені В. Г. Короленка, Вип. 24, с.85-89, 2019.
- [3] О. І. Глобін, *Міжпредметні зв'язки в умовах профільного навчання математики*. Київ, Україна: Пед. думка, 2012.
- [4] І. В. Лов'янова, *Професійно спрямоване навчання математики у профільній школі: теоретичний аспект*. Черкаси, Україна: Видавець Чабаненко Ю.А., 2014.
- [5] З. І. Слєпкань, *Методика навчання математики*. Київ, Україна: Зодіак-ЕКО, 2000.
- [6] В. Г. Бевз, «Міжпредметні зв'язки як необхідний елемент предметної системи навчання», *Математика в школі*, №6, с.6-11, 2003.
- [7] М. І. Бурда, О.С. Дубинчук, та Ю.І. Мальований, *Математика, 10-11 класи*. Київ, Україна: Освіта, 2004.
- [8] С. М. Мовчан, «Інтегрований підхід у проєктному навчанні алгебри учнів основної школи», *Фізико-математична освіта*, СумДПУ імені А. С. Макаренка, Вип. 1(7), с. 97-104, 2016.
- [9] А. В. Прус, «Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії» автореф. дис. канд. пед. наук, фак-т фіз.-мат., НПУ імені М.П. Драгоманова, Київ, 2007.
- [10] Л. О Соколенко, Л.Г. Філон, та В. О. Швець, *Прикладні задачі природничого характеру в курсі алгебри і початків аналізу*. Київ, Україна: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2010.
- [11] Д. В. Васильєва, та Н.І. Василюк, *Збірник задач з математики, 5-9 класи*. Київ, Україна: Видавничий дім «Освіта», 2017.
- [12] П. М. Эрдниев, та Б.П. Эрдниев *Укрупнение дидактических единиц в обучении математике*. Москва: Просвещение, 1986.
- [13] М. І. Бурда, «Зміст підручників з математики у контексті результатів дослідження PISA», *Проблеми сучасного підручника*, Інститут педагогіки НАПН України, Вип. 24. с. 14—21, 2020.

References

- [1] O. Ya. Savchenko, *Dydaktyka pochatkovoї osvity*. Kyiv, Ukraina: Hramota, 2012. (in Ukrainian)
- [2] V. Ilchenko, K. Huz, ta I Oliinyk, «Intehratsiia zmistu osvity yak vyklyk chasu», *Vytoky pedahohichnoi maisternosti*, PNPУ imeni V. H. Korolenka, Vyp. 24, s.85-89, 2019. (in Ukrainian)
- [3] O. I. Hlobin, *Mizhpredmetni zviazky v umovakh profilnoho navchannia matematyky*. Kyiv, Ukraina: Ped. dumka, 2012. (in Ukrainian)
- [4] I. V Lovianova, *Profesiino spriamovane navchannia matematyky u profilnii shkoli: teoretychnyi aspekt*. Cherkasy, Ukraina: Vydavets Chabanenko Yu.A., 2014. (in Ukrainian)
- [5] Z. I. Sliepkan, *Metodyka navchannia matematyky*. Kyiv, Ukraina: Zodiak-EKO, 2000. (in Ukrainian)
- [6] V. H. Bevz, «Mizhpredmetni zviazky yak neobkhdnyy element predmetnoi systemy navchannia», *Matematyka v shkoli*, №6, s.6-11, 2003. (in Ukrainian)

- [7] M. I. Burda, O.S. Dubynchuk, та Yu.I. Malovanyi, *Matematyka, 10-11 klasy*. Kyiv, Ukraina: Osvita, 2004. (in Ukrainian)
- [8] S. M. Movchan, «Intehrovanyi pidkhid u proektnomu navchanni alhebry uchniv osnovnoi shkoly», *Fizyko-matematychna osvita, SumDPU imeni A. S. Makarenka, Vyp. 1(7), s. 97-104, 2016*. (in Ukrainian)
- [9] A. V. Prus, «Prykladna spriamovanist shkilnoho kursu stereometrii» avtoref. dys. kand. ped. nauk, fak-t fiz.-mat., NPU imeni M.P. Drahomanova, Kyiv, 2007. (in Ukrainian)
- [10] L. O Sokolenko, L.H. Filon, та V. O. Shvets, *Prykladni zadachi pryrodnychoho kharakteru v kursi alhebry i pochatkiv analizu*. Kyiv, Ukraina: NPU imeni M. P. Drahomanova, 2010. (in Ukrainian)
- [11] D. V. Vasylieva, та N.I. Vasyliuk, *Zbirnyk zadach z matematyky, 5-9 klasy*. Kyiv, Ukraina: Vydavnychiy dim «Osvita», 2017. (in Ukrainian)
- [12] P. M. Эрднयेv, та В.Р. Эрднयेv *Ukrupnenye dydaktycheskykh edynyts v obuchenyi matematyke*. Moskva: Prosveshchenye, 1986. (in Ukrainian)
- [13] M. I. Burda, «Zmist pidruchnykiv z matematyky u konteksti rezultativ doslidzhennia PISA—2018», *Problemy suchasnoho pidruchnyka, Instytut pedahohiky NAPN Ukrainy, Vyp. 24. s. 14—21, 2020*. (in Ukrainian)

Михаил Бурда, доктор педагогических наук, профессор, действительный член НАПН Украины, заведующий отделом математического и информационного образования Института педагогики НАПН Украины, г. Киев, Украина

ИНТЕГРИРОВАННЫЙ ПОДХОД К ОТБОРУ СОДЕРЖАНИЯ ШКОЛЬНЫХ УЧЕБНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

Обосновано, что интегрированный подход к обучению математике даст возможность успешно усвоить учебный материал, усилить прикладную его направленность, и тем самым, эффективно формировать математическую и другие ключевые компетентности. Рекомендованы методические приемы реализации интегрированного подхода к отбору содержания школьных учебников по математике, в частности: учет особенностей учебной деятельности современных учащихся, укрупнение учебного материала, группирование задач с ориентацией на применение их на практике, выделение практических ситуаций, для решения которых используются данные математические модели, усиление межпредметных и внутрипредметных связей и др.

Ключевые слова: математика; учебник; интегрированный подход; требования.

Mykhailo Burda, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Full Member of the NAES of Ukraine, Head of the Department of Mathematical and Information Education Institute of Pedagogy of the NAES of Ukraine, Kyiv, Ukraine

INTEGRATED APPROACH TO SELECTION OF THE CONTENT OF SCHOOL MATHEMATICS TEXTBOOKS

It is substantiated that the integrated approach to the selection of the content of school mathematics textbooks contributes to the effective mathematical training of students, sufficient for successful study of other school subjects, the use of mathematics in life situations, various areas of future professional activity. The realization of this approach involves taking into account the peculiarities of educational activities of the modern students (focus on the practical use of knowledge, lack of desire to master the material without realizing its need for successful livelihoods, to process textbook texts if they are large, not enough structured and interconnected). Methodological techniques for the implementation of the integrated approach to the selection of content are given, in particular: consolidation of educational material (not to delay the study of analogical, similar, interconnected concepts, mutually inverse statements, theorems, functions, operations, etc.); study of concepts, statements, formulas, methods of activity taking into account the content and methodological lines of presentation of the educational material; grouping tasks with a focus on their application in practice; strengthening the links between algebra and geometry (the use of geometric methods and images in algebra and analytical interpretation of geometric facts, etc.). It is grounded the expediency of creating an integrated textbook on mathematics at the standard level by introducing generalizing concepts of modern mathematics, which allow from a single scientific position to interpret the basic algebraic and geometric concepts. Methodology of the integrated approach at the interdisciplinary level: mathematics and other subjects (physics, chemistry, biology, geography, art, etc.), mathematics and fields of activity (engineering, technology, production, economics, medicine, ecology, etc.) — should include the selection of those typical practical situations for which these mathematical models are most often used. It is recommended to first identify the magnitudes of practical situations and formulas for their calculation, and then solve the corresponding simple problems of practical content.

Keywords: mathematics; textbook; integrated approach; requirements.